



## MATH WORKSHEET EJE TEMATICO: FUNCIONES

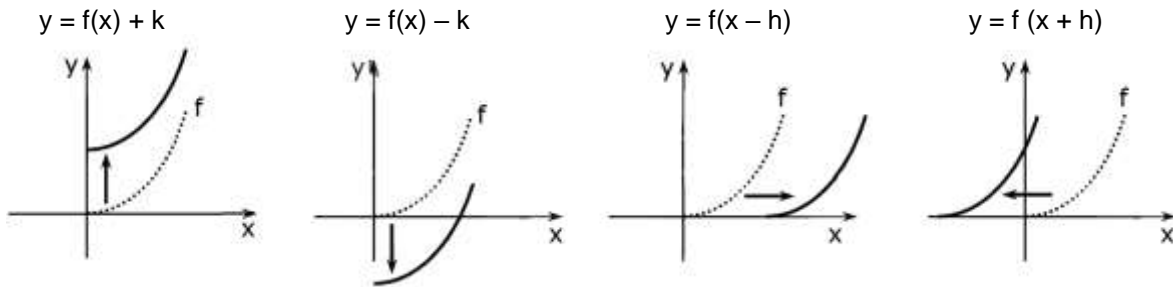
Name: \_\_\_\_\_ Grade: \_\_\_\_ Date: / / 2020.

### TRASLACIÓN DE FUNCIONES

Sea  $y = f(x)$  una función.

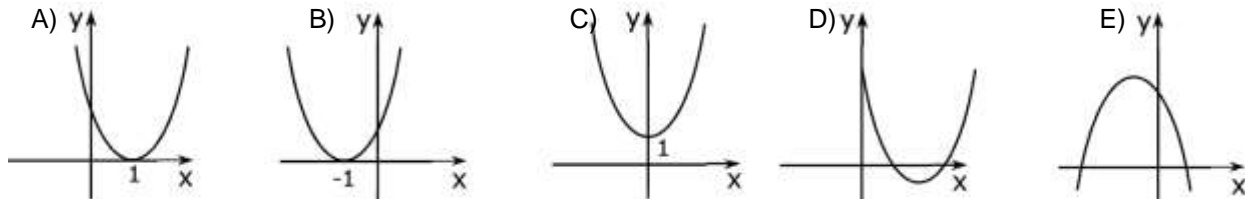
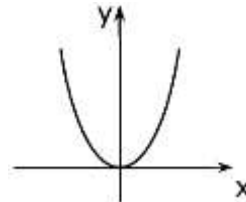
- La función  $y = f(x) + k$  es la función  $f$  desplazada  $k$  unidades en el eje  $y$ . Si  $k > 0$  el desplazamiento es en el sentido positivo del eje  $y$ , y si  $k < 0$  el desplazamiento es en el sentido negativo (fig. 1 y 2).
- La función  $y = f(x - h)$  es la función  $f$  trasladada  $h$  unidades en el eje  $x$ . Si  $h > 0$  el desplazamiento es en el sentido positivo del eje  $x$ , y si  $h < 0$  es en el sentido negativo (fig. 3 y fig. 4).
- La función  $y = f(x - h) + k$  es la función  $f$  desplazada  $k$  unidades en el eje  $y$ , y  $h$  unidades en el eje  $x$ .

Si  $h$  y  $k$  son positivos, entonces:



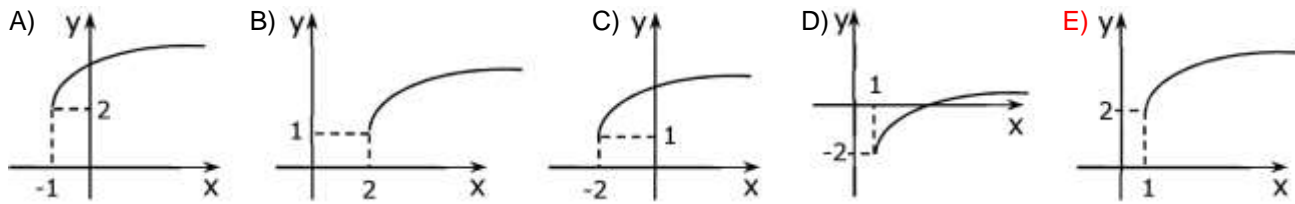
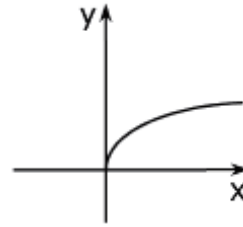
### EJEMPLOS

1. La figura, muestra la gráfica de la función  $y = x^2$ .  
¿Cuál es la gráfica de la función  $y = x^2 + 1$ ?

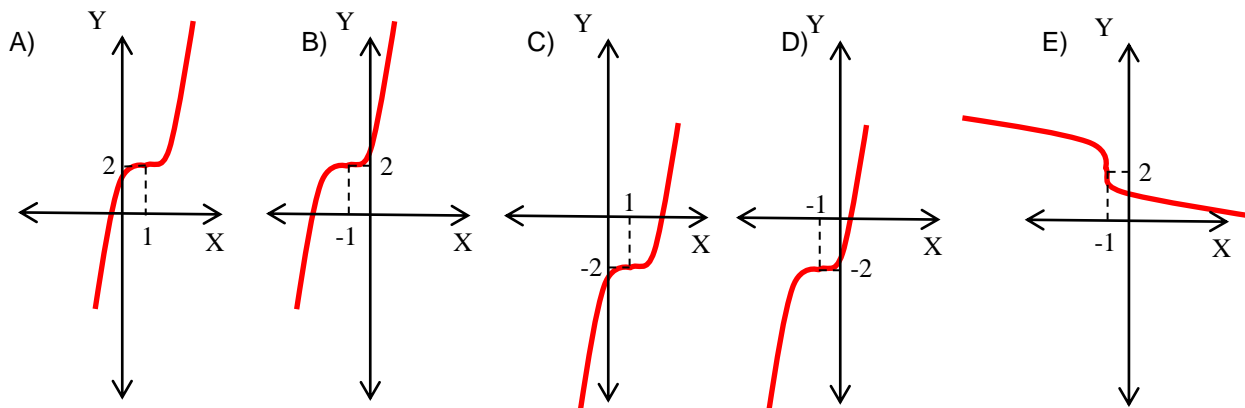
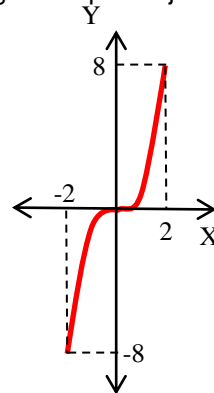




2. La figura muestra la gráfica de la función  $y = \sqrt{x}$ .  
¿Cuál es la gráfica de  $y = 2 + \sqrt{x-1}$ ?

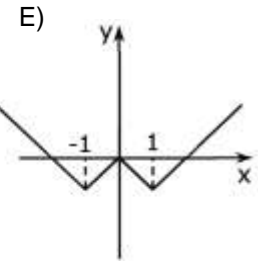
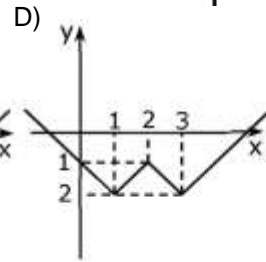
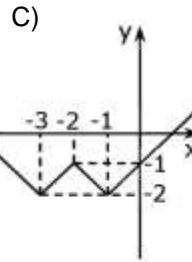
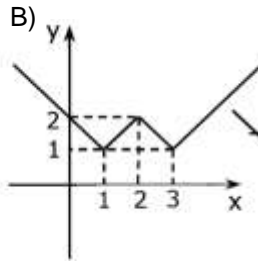
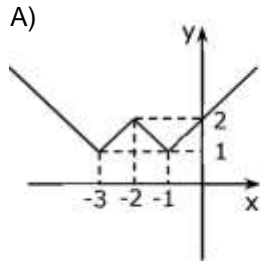
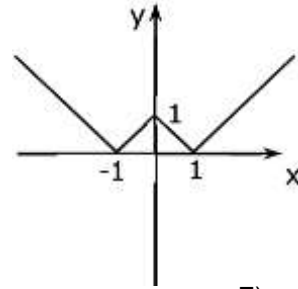


3. La figura, muestra la gráfica de la función  $y = x^3$ , entonces el gráfico que mejor representa a la función  $y = (x + 1)^3 + 2$  es:





4. La figura, muestra la gráfica de la función  $f(x)$ , entonces el gráfico de la función  $g(x) = f(x + 2) + 1$ ?

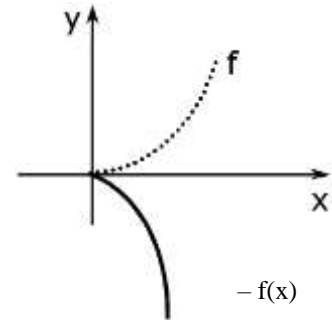




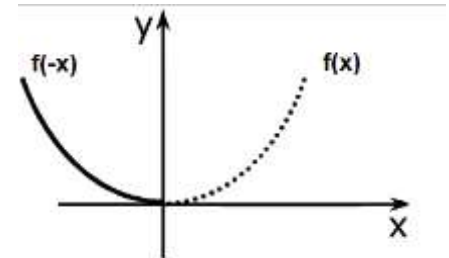
## SIMETRIA DE GRÁFICA DE FUNCIONES

Sea  $y = f(x)$  una función.

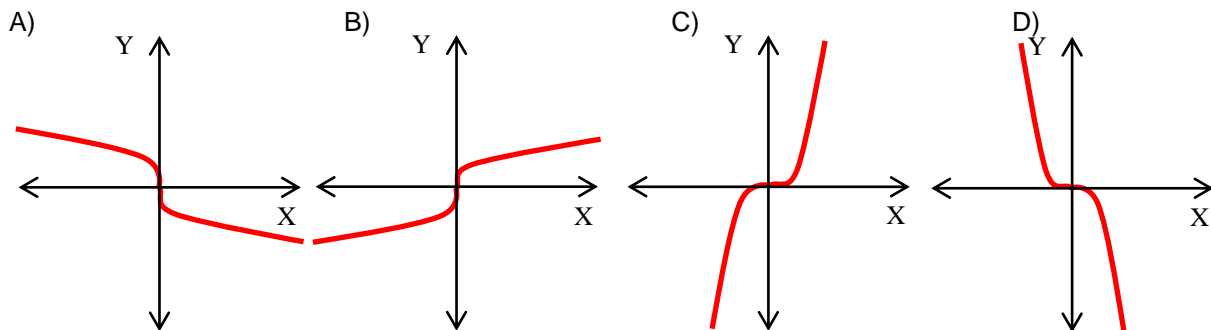
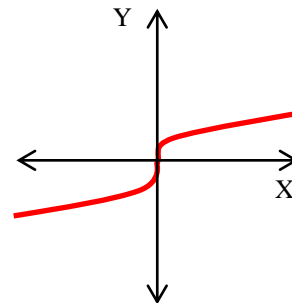
- La función  $y = -f(x)$  es simétrica a la función  $f(x)$  respecto al eje  $x$ .



- La función  $y = f(-x)$  es simétrica a la función  $f(x)$  respecto al eje  $y$ .



1. La figura, muestra la gráfica de la función  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ .  
¿Cuál es la gráfica de  $g(x) = -\sqrt[3]{-x}$ ?

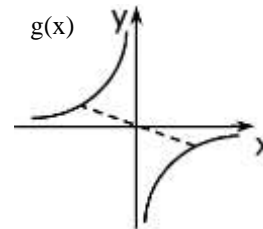
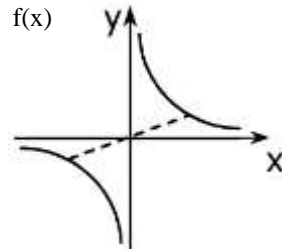


E)  $g(x)$  no está definida en  $\mathbb{R}$



2. En la figura, tenemos representadas gráficamente dos funciones, al lado izquierdo la función  $f(x)$  y al lado derecho la función  $g(x)$ , la cual se puede obtener realizando una reflexión de  $f(x)$  con respecto del eje  $x$  o del eje  $y$ . ¿Cuál(es) de las siguientes funciones tienen como gráfico  $g(x)$ ?

- I)  $y = f(-x)$
- II)  $y = -f(x)$
- III)  $y = -f(-x)$



- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) I, II y III

### FUNCIONES PARES

Son aquellas que, al sustituir la variable independiente por dos valores opuestos, resultan valores iguales.

$$f(x) = f(-x)$$

### FUNCIONES IMPARES

Son aquellas que, al sustituir la variable independiente por dos valores opuestos, resultan valores opuestos.

$$f(x) = -f(-x)$$

**OBSERVACIÓN:** Las funciones pares tienen una gráfica que es simétrica respecto al eje de las ordenadas, mientras que la función impar tiene gráficas simétricas con respecto del origen.

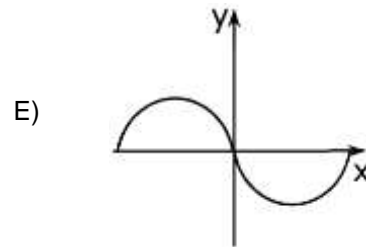
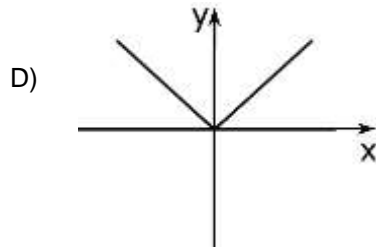
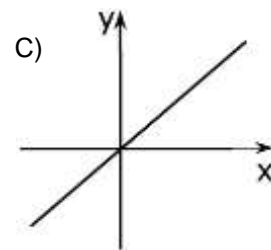
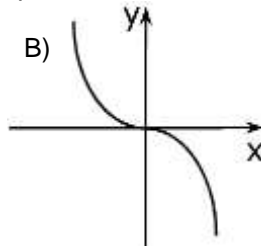
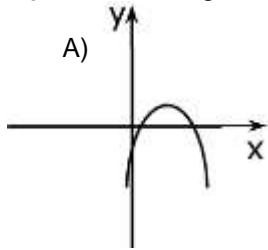
### EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes funciones es impar?

- A)  $f(x) = x^3 + 2$
- B)  $f(x) = x^3 + x$
- C)  $f(x) = 3 + 2x^3$
- D)  $f(x) = 3x + 5$
- E)  $f(x) = x^2 + 3x^4$



2. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa una función par?



### COMPOSICION DE FUNCIONES

La función compuesta de funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  está definida por  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

El Dominio de  $(f \circ g)(x)$  es el conjunto de toda  $x$  en el Dominio de  $g$  tal que  $g(x)$  está en el Dominio de  $f$

Propiedades de la Composición de Funciones

- Es asociativa:  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$
- No es conmutativa:  $(f \circ g) \neq (g \circ f)$

### EJEMPLOS

1. Sea  $f(x) = 2x + 1$  y  $g(x) = \sqrt{x + 3}$ , entonces  $(f \circ g)(1) =$

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E)  $\sqrt{6}$

2. Si  $f(x) = 5$  y  $g(x) = x^2$ , entonces  $(f \circ g)(x)$  es igual a

- A) 5
- B) 25
- C) -5
- D)  $x^2$
- E)  $5x^2$



3. Si  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  y  $g(x) = x^3$ , entonces  $f(g(x))$  es

- A)  $x$
- B)  $3x$
- C)  $\sqrt[3]{x}$
- D)  $x^3$
- E)  $1$

4. Si  $f(x) = \sqrt{x+1}$  y  $g(x) = x-1$ , entonces  $f(g(x)) =$

- A)  $x$
- B)  $2x$
- C)  $2x+1$
- D)  $\sqrt{x}$
- E)  $\sqrt{x+1}-1$

5. Sea  $f(x) = 5x+2$  y  $g(x) = 6x-1$  si  $(f \circ g)(x) = 0$ , entonces  $x$  es

- A)  $3$
- B)  $\frac{1}{10}$
- C)  $-\frac{1}{11}$
- D)  $-\frac{11}{30}$
- E)  $-3$

6. Si  $f(x) = x^2+4$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ , entonces el dominio de  $(f \circ g)(x)$  es

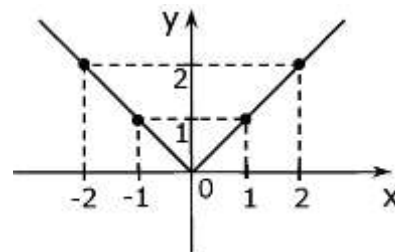
- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $\mathbb{R}^+$
- C)  $\mathbb{R}_0^+$
- D)  $\mathbb{R}_0^-$
- E)  $\mathbb{R}^-$

### FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número real  $x$ , denotado por  $|x|$ , es siempre un número real no negativo.

Representación gráfica

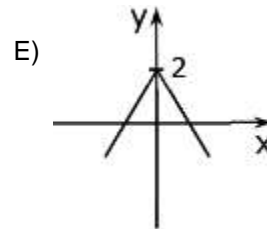
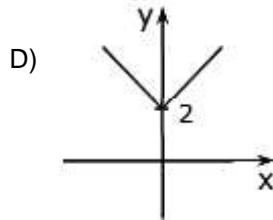
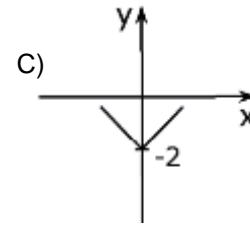
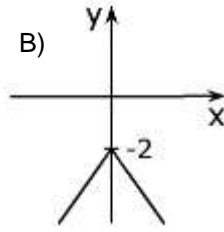
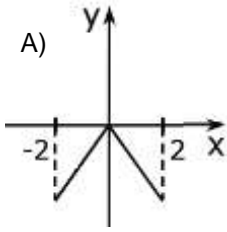
$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & ; \text{ si } x \geq 0 \\ -x & ; \text{ si } x < 0 \end{cases}$$





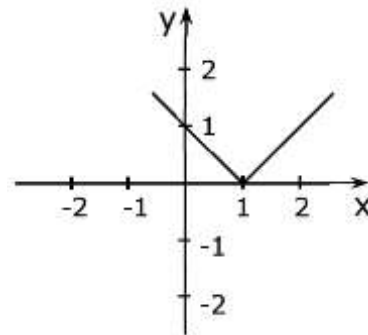
## EJEMPLOS

1. ¿Cuál es la gráfica de la función  $y = -|x| + 2$ ?



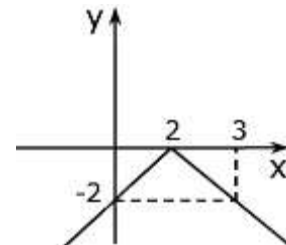
2. ¿Cuál es la función que está representada por el gráfico de la figura?

- A)  $f(x) = |1 - x|$
- B)  $f(x) = -|1 - x|$
- C)  $f(x) = |x| - 1$
- D)  $f(x) = |x| + 1$
- E)  $f(x) = -|x| + 1$



3. ¿Cuál es la función que está representada por el gráfico de la figura?

- A)  $g(x) = |x| + 2$
- B)  $g(x) = -|x| + 2$
- C)  $g(x) = |2 + x|$
- D)  $g(x) = -|2 - x|$
- E)  $g(x) = |x - 1|$

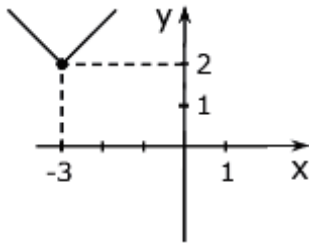




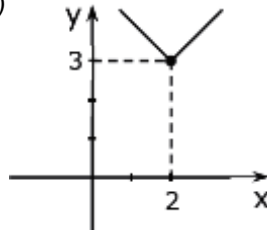


4. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa la función  $f(x) = |x + 3| + 2$ ?

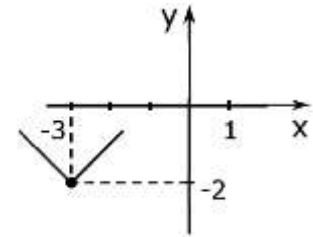
A)



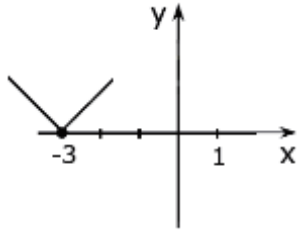
B)



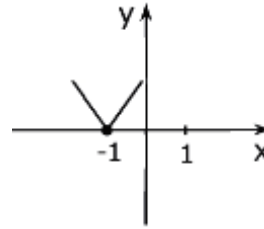
C)



D)



E)



5. Se define  $f(x) = \begin{cases} |x+2|-2 & ; \text{si } x \leq 3 \\ |x-5| & ; \text{si } x > 3 \end{cases}$  entonces  $f(-2) - f(-1) - f(4) =$

- A) 4
- B) 2
- C) 0
- D) -2
- E) -8

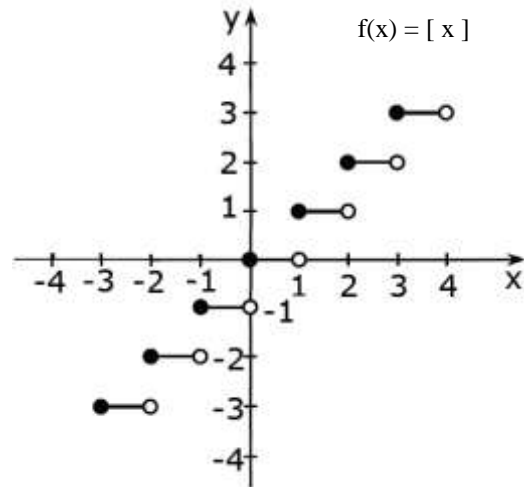


## FUNCIÓN PARTE ENTERA

$$f(x) = [x] \text{ con } x \in \mathbb{R}$$

Dado un número real  $x$ , la función parte entera le asigna el mayor entero que es menor o igual a  $x$ . Su representación gráfica es

$x$	$[x]$
$-3 \leq x < -2$	$-3$
$-2 \leq x < -1$	$-2$
$-1 \leq x < 0$	$-1$
$0 \leq x < 1$	$0$
$1 \leq x < 2$	$1$
$2 \leq x < 3$	$2$
$3 \leq x < 4$	$3$



### OBSERVACIÓN:

Si el número es positivo solo se elimina su parte decimal:  $[21,645] = 21$

Si el número es negativo se elimina su parte decimal y se resta 1:  $[-21,645] = -22$

### EJEMPLOS

1. ¿Cuál es el valor de la expresión  $[1 - 1,3] + [-3 + 1,7]$ ?

- A) 1
- B) -1
- C) -2
- D) -3
- E) -4

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es (son) verdaderas(s)?

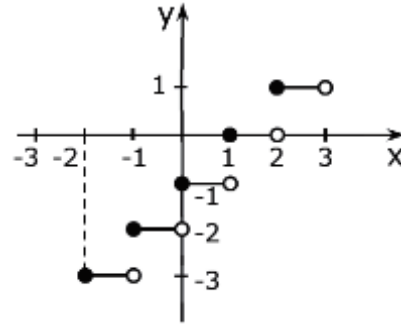
I)  $[-1,9] = -1$       II)  $[0,9] = 0$       III)  $[-0,3] = -1$

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III



3. ¿Cuál es la función representada en el gráfico de la figura?

- A)  $f(x) = [1 - x]$
- B)  $f(x) = [x - 1]$
- C)  $f(x) = [-x] - 1$
- D)  $f(x) = -[x + 1]$
- E)  $f(x) = [x] + 1$





PÁG.	1	2	2	3	4	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	9	9	10	10	11
N°	1	2	3	4	1	2	1	2	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	1	2	3
RESP.	C	E	B	A	B	D	B	D	D	A	A	D	B	C	E	A	D	D	D	D	D	B