<u>MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME</u> (MCU)

Differentiated 3rd Senior

Name

Si atamos un extremo de una cuerda a una piedra y la hacemos girar, describe una trayectoria circular. Ejemplos de movimiento circular en nuestro entorno cotidiano pueden ser:

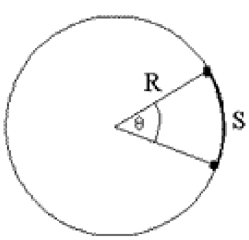
- Una moto circulando por una rotonda.
- El movimiento de los caballos de un carrusel
- El giro del motor de un electrodoméstico.
-
-

Ahora bien, **¿qué significa que este movimiento circular sea "uniforme"?**

Recuerden que el **M**ovimiento **R**ectilíneo **U**niforme (MRU) se caracteriza porque una partícula que tiene una trayectoria recta, recorre distancias iguales en intervalos iguales de tiempo.
En el caso del MCU, la partícula recorre arcos de circunferencia iguales en intervalos iguales de tiempo.

Como se trata de un MCU, o sea que recorre arcos iguales en tiempos iguales. En particular para arcos iguales al perímetro de giro, el periodo del movimiento es constante.

Si definimos un arco de circunferencia S (como el de la figura), tenemos que:



$$\hat{S} = \theta R$$

Figura (1.1)

Esto lo podemos hacer sólo si trabajamos con ángulos en radianes (hacer análisis dimensional para comprobar).

Como sabemos, la velocidad se define como el cambio de la distancia con respecto al tiempo, definamos **velocidad angular** como:

VELOCIDAD ANGULAR [ω] : La variación del ángulo barrido con respecto al tiempo

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \left[\frac{rad}{seg}\right] \qquad (1.1)$$

La partícula en una vuelta recorre 2π [rad], y demora en ello**, t** unidades de tiempo, entonces:

$$\omega = \frac{2\pi}{t} \left[\frac{rad}{seg}\right] \qquad (1.2)$$

En el MCU, la velocidad angular es constante, es decir, recorre ángulos iguales en tiempos iguales. La velocidad angular es una magnitud vectorial, por lo que posee una magnitud, dirección y sentido.

Se define **VELOCIDAD TANGENCIAL** como la variación de arco recorrido por la partícula y el tiempo empleado en cubrir dicha distancia. Además:

$v = \frac{d}{t}$ con $d = \theta R$ entonces $v = \frac{\theta R}{t}$, pero $\omega = \frac{\theta}{t}$

Lo que finalmente da $v = \omega R$ (1.3)

De la expresión (1.3) se deduce que:

El valor de la velocidad tangencial de una partícula varía según el radio de giro, aún cuando su velocidad angular sea constante

¿Cómo se explica esto?, ¿puedes dar algún ejemplo relacionado a esta conclusión?

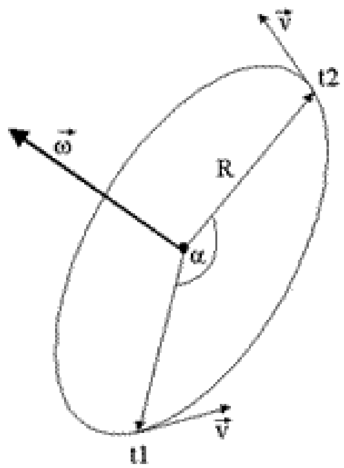


Figura (1.2)

En el MCU, **v** (Módulo de la velocidad) no varía con el tiempo. El vector velocidad tiene dirección tangente a la circunferencia que describe la partícula (ver figura)

PERIODO (T): Es el tiempo que tarda el cuerpo en dar una vuelta completa. Por ejemplo, el periodo de rotación de la tierra es 24 hs. El periodo de rotación de la aguja grande (minutero) del reloj es de 1 hora. El período se mide en segundos según S.I

FRECUENCIA (f): Es el N° de vueltas o revoluciones que da una partícula en una unidad de tiempo (Por ejemplo, 3 vueltas por segundo, 50 revoluciones por minuto.... etc.). Las unidades de la frecuencia son : RPS (Revoluciones por segundo), RPM (Revoluciones por minuto) o Hertz, donde 1 Hertz corresponde a una vuelta en 1 segundo, 1Hertz=1/sg.

De las definiciones anteriores se puede deducir que El Periodo y la frecuencia son magnitudes inversamente proporcionales, es decir **T = 1/f** o bien **f = 1/T** :

De la ecuación (1.2) se deduce que: Si una partícula describe una vuelta completa, el tiempo que tarde en ello corresponde al Periodo (T), entonces:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{rad}{seg}\right] \text{, lo que equivale a decir } \omega = 2\pi \cdot f \left[\frac{rad}{seg}\right] \qquad (1.4)$$

Ejemplo 1.1: Un autito de juguete que funciona a batería se hace girar en el suelo, atado a una cuerda, en la que su otro extremo se encuentra atado a un clavo fijo en el piso. Si el largo de la cuerda es de 80 cm. y da 20 RPM. Determine:

a) Periodo
b) Velocidad angular (w)
c) Velocidad tangencial
d) Tiempo que tarda en barrer un arco de 70 cm.
e) Tiempo que tarda en describir un ángulo de 110°

Solución

Datos:

radio (r) = 80cm. = 0,8 mt. ; frecuencia (f) = 20 RPM = 0,33…RPS = 1/3 Hz.

a) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0{,}05\,\text{min.} = 3sg.$

b) $w = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{1}{3} = \frac{2\pi}{3}\left[\frac{rad}{sg}\right] \approx 2{,}1 \left[\frac{rad}{sg}\right]$

c) $v = w \cdot r = \frac{2\pi}{3} \cdot r = \frac{2\pi}{3} \cdot 0{,}8 \approx 1{,}68 \left[\frac{m}{sg}\right]$

d) $v = \frac{d}{t} \;\Rightarrow\; 1{,}68 = \frac{0{,}7}{t} \;\Rightarrow t = \frac{0{,}7}{1{,}68} \approx 0{,}42\,[sg]$

e) $120^0 = \frac{2\pi}{3} rad \text{ , } como \ w = \frac{\theta}{t} \ y \ w = \frac{2\pi}{3}\left[\frac{rad}{sg}\right] \Rightarrow t = \frac{\theta}{w} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 1sg.$

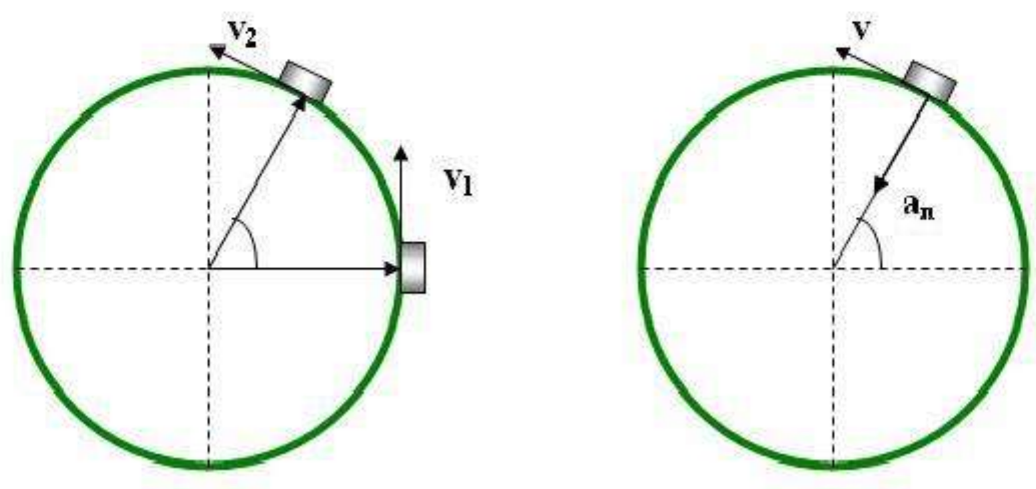
ACELERACION CENTRIPETA

Como ya hemos visto, en el MCU, tanto la velocidad angular como la magnitud (módulo) de la velocidad tangencial, permanecen constantes (invariables). No obstante, la dirección y el sentido de la velocidad tangencial varían en cada punto de la trayectoria circular (figura 1.2)

Pues bien, como ya sabemos, la ***aceleración representa un cambio del vector velocidad respecto del tiempo*** y dado que la velocidad está permanentemente variando, eso quiere decir que en este movimiento existe una ***aceleración*** de la partícula

¡¡¡¡ EL VECTOR VELOCIDAD TANGENCIAL CAMBIA DE DIRECCIÓN Y SENTIDO, ESTO PROVOCA LA APARICION DE UNA ACELERACION QUE SE LLAMA ACELERACION CENTRIPETA. !!!!

La ***aceleración centrípeta*** apunta siempre hacia el centro de la trayectoria circular, y su función es provocar la variación necesaria en la dirección y el sentido de la velocidad, es esto lo que finalmente permite que la partícula describa una trayectoria circular
.



Se puede comprobar que $$a_c = \frac{v^2}{r}\left[\frac{m}{sg^2}\right] \quad (1.5)$$

La demostración de cómo se deduce esta fórmula contiene elementos matemáticos que escapan a los objetivos de este curso.

Puesto que $v = w \cdot r$, entonces al reemplazar en (1.5)

$$a_c = \frac{w^2 \cdot r^2}{r} \Rightarrow a_c = w^2 \cdot r \left[\frac{m}{sg^2}\right]$$.

En resumen, la aceleración centrípeta se puede determinar como:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = w^2 \cdot r \quad \left[\frac{m}{sg^2}\right]$$

EJEMPLO 1.2 : Determine la aceleración centrípeta del autito mencionado en el problema **1.1**

Solución

Los valores encontrados en el problema 1.1 fueron: $w = 2{,}1 \left[\frac{rad}{sg}\right]$ y $v = 1{,}68 \left[\frac{m}{sg}\right]$, entonces se puede determinar a_c

1era forma:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{1{,}68^2}{0{,}8} = 3{,}528 \left[\frac{m}{sg^2}\right]$$

2ª forma:

$$a_c = w^2 \cdot r = 2{,}1^2 \cdot 0{,}8 = 3{,}528 \left[\frac{m}{sg^2}\right]$$

EJEMPLO 1.3: ¿Cuál es la aceleración que experimenta un chico que viaja en el borde de un carrusel de 2m. de radio y que da una vuelta cada 8 segundos.

Solución

El carrusel tarda 8 minutos en describir una vuelta, es decir el periodo es de 8 sg

Datos: r = 2 m., T = 8 sg.

.Dado que $w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = 0{,}784 \left[\frac{rad}{sg}\right] \Rightarrow a_c = w^2 \cdot r = 0{,}784^2 \cdot 2 = 1{,}23 \left[\frac{m}{sg^2}\right]$

Determina la aceleración centrípeta usando los conceptos de “frecuencia” y “velocidad tangencial”

¿Obtienes el mismo resultado?

FUERZA CENTRÍPETA

La segunda ley de Newton plantea que toda aceleración debe ser provocada por alguna fuerza. Así pues, la fuerza centrípeta es el agente que origina a la aceleración centrípeta. Está dirigida hacia el centro de giro y se calcula multiplicando la masa del objeto en movimiento por la a_c:

$$F_c = m \cdot a_c = \frac{m \cdot v^2}{r} \left[N\right]$$

- ¿Serías capaz de hallar una fórmula para Fc, similar a la anterior pero en función de la velocidad angular?
- ¿Quién ejerce la Fc cuando giramos una piedra sujeta por una cuerda sobre nuestra cabeza? ¿Y cuando la Tierra gira alrededor del Sol? ¿Y para que la Luna describa su órbita en torno a la Tierra?
- ¿Hay aceleración centrípeta en un movimiento rectilíneo?

Ejercicios Propuestos

1. Una rueda de 15 cm de radio gira a 90 rpm. Halla su velocidad angular en rad/s y la velocidad lineal de un punto de su periferia.

2. Calcula la velocidad angular de los siguientes movimientos:
a) Rotación de la Tierra sobre su eje.
b) Aguja horaria de un reloj
c) Minutero de un reloj
d) Segundero de un reloj.

3. Un aro de 35 cm de diámetro gira a razón de 3 vueltas en cada minuto. Determina el periodo y la frecuencia del movimiento y la aceleración centrípeta.

4. Un disco de 20 cm de radio gira a 33,33 rpm. Halla su velocidad angular, la velocidad lineal y la aceleración centrípeta de:

a) Un punto de su periferia.
b) Un punto situado a 10 cm del centro.
c) ¿Cuánto tiempo tardará el disco en girar 780º?
d) ¿Y en efectuar 15 revoluciones?

5. Calcular la velocidad angular y la frecuencia con que debe girar una rueda, para que los puntos situados a 50cm de su eje estén sometidos a una aceleración que sea 500 veces la de la gravedad.

6. Calcular la velocidad angular de cada una de las manecillas del reloj.

7. Las ruedas de un automóvil tienen 60 cm de diámetro. Calcular con qué velocidad angular giran cuando el automóvil se desplaza a 72 km/h.

8. Un automóvil que va a 20 m/s recorre el perímetro de una pista circular en un minuto.

a) Determinar el radio de la misma.

b) ¿Tiene aceleración el automóvil? En caso afirmativo, determina su módulo, su dirección y su sentido.

9. Un automóvil recorre con velocidad constante una circunferencia de 50 cm de radio con una frecuencia de 10 Hz. Determina:

a) El período.

b) La velocidad angular y lineal.

c) Su aceleración

10. Un satélite artificial, cuya masa es 100 kg, gira alrededor de la Tierra dando una vuelta completa cada 90 minutos. Suponiendo su órbita circular, que el radio de la Tierra es 6360 km y que la altura del satélite sobre la superficie es de 280 km, determinar:

a) Su velocidad lineal.

b) Su aceleración centrípeta.

c) La fuerza gravitatoria a que lo somete la Tierra.

11. ¿Cuántas clases de rapideces hay en el movimiento circular uniforme?

12. ¿Qué es período y frecuencia en el movimiento circular?

13. ¿Cuál es la causa por la cual una piedra que hacemos girar mediante una cuerda, sale tangencialmente y no radialmente al soltarse la cuerda?

14. La unidad de radian es equivalente a:
a) Grado/tiempo.
b) Longitud/longitud.
c) Longitud.
d) Longitud/tiempo.

15. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es Falsa?
a) El radian es una unidad de medida de arcos.
b) Los grados sexagesimales se pueden transformar en radianes.
c) El radian es una unidad de medida de ángulos.
d) Una circunferencia tiene 2π radianes.

16. Un cuerpo que describe un movimiento circular uniforme (hay varias opciones)
a) Lleva siempre una trayectoria circular.
b) Va siempre igual de rápido.
c) Puede describir una trayectoria rectilínea.
d) No describe ninguna trayectoria.

17. Un cuerpo se mueve con un movimiento circular uniforme de radio 2 m. Si da una vuelta cada minuto, su rapidez angular en el sistema internacional de unidades será:

a) 1 RPM.
b) π /15 rad/s.
c) 2 m/s.
d) 2π rad/s.

18. La longitud del arco puede calcularse:

a) Restando el número de radianes al radio.
b) Dividiendo el número de radianes de un ángulo inscrito por el radio.
c) Sumando el número de radianes del ángulo del centro al radio.
d) Multiplicando el ángulo del centro, medido en radianes, por el radio.

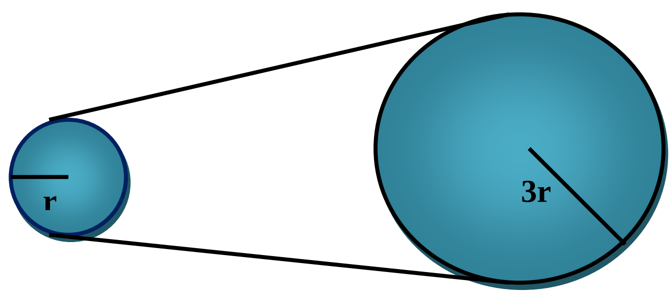
19. Un hombre trota sobre una pista circular que tiene un radio de 0,25 km, una distancia de 1 km. ¿Qué ángulo a cubierto? Entrega tu respuesta en grados sexagesimales y en radianes

20. Un niño tiene una piedra de 300 gr. atada a una cuerda de 50 cm de longitud y la hace girar sobre su cabeza provocando un movimiento circular en un plano horizontal cuya velocidad angular es de 60 rpm. Halla la fuerza centrípeta que actúa sobre la piedra

21. Los puntos del borde de un volante de 3 m de diámetro tienen una aceleración centrípeta constante de 15 m/s^2. ¿Cuál es la rapidez angular del volante?

22. Un cuerpo describe una trayectoria circular de 3 m de diámetro de modo que es capaz de recorrer una distancia de 12 mt (alrededor de la circunferencia). en 2 segundos ¿cuál es la aceleración centrípeta del cuerpo?

23. En la figura, la polea menor tiene un radio r = 20 cm y gira en torno a su eje con una rapidez angular ω= 0,04 rad/s.



Determina :

a) Rapidez lineal para cada polea
b) Frecuencia para cada polea
c) Periodo para cada polea
d) Rapidez angular de la polea mayor
e) Longitud de arco que describe cada polea en 1,2 s
f) Ángulo de centro que barre el radio de cada polea en 2 s

24. Una persona viaja en bicicleta con una rapidez de 18 km/h. Si el radio de la rueda es de 30 cm. determina

a) Distancia recorrida en 20 minutos
b) Tiempo empleado en recorrer 15 km.
c) Velocidad angular de las ruedas
d) Frecuencia en cada rueda periodo de cada rueda

25. Dos discos coaxiales de radios 8 cm y 12 cm giran con una frecuencia de 200 rpm. Determina

a) La frecuencia expresada en Hz
b) Velocidad angular de cada disco
c) Velocidad lineal de cada disco
d) Periodo de cada disco

26. Un disco gira en torno a su centro dando 900 vueltas por minuto. ¿Cuál es su frecuencia, expresada en Hz?

27. El eje de un motor gira con una frecuencia de 5000 Rpm (revoluciones por minuto).

a) Expresa su frecuencia en Hz.
b) Determina el número de vueltas en 15 sg
c) Determina el periodo.
d) Determina la velocidad lineal de la periferia de una polea, de radio 20 cm, activada por este motor.
e) Determina la velocidad lineal de un punto que se encuentra a 8 cm del centro de rotación de la misma polea.
f) Determina la velocidad angular para los puntos de los casos d) y e).

28. Se quiere utilizar un motor de 3000 rpm, para transmitir una velocidad lineal de 60 m/s.

a) ¿Qué radio debe tener la polea a utilizar?

b) ¿Con qué velocidad angular gira la polea?

29. Una polea de 30 cm se encuentra fija al eje de un motor que gira a 1800 rpm. Se transmite este movimiento a otra polea a través de una correa.

a) Qué radio debe tener la segunda polea si se quiere reducir la frecuencia a la mitad.
b) Qué radio debe tener la segunda polea si se quiere aumentar la frecuencia al doble
c) Qué radio debe tener la segunda polea si se quiere obtener una velocidad angular de 30 π rad/s.
d) Qué radio debe tener la segunda polea si se quiere obtener una velocidad 20 m/s.

Las preguntas 30 a 33 son referidas a la siguiente situación: “Una polea de radio 0,8m es activada a través de una correa transmisora por una polea de radio 0,2 m que gira con una frecuencia de 12 Hz”. Calcula:

30. La velocidad lineal de un punto de la periferia de la polea menor es:

31. La velocidad angular de la polea menor.

32. La velocidad lineal de un punto de la periferia de la polea mayor.

33. La frecuencia con que gira la polea mayor.

34. Una partícula describe una circunferencia de radio 1,8 m con una rapidez lineal de 15 m/s. ¿Cuál es su aceleración centrípeta, a_c?

35. Una partícula está sometida a una a_c de 24 m/s^2, ¿Cuál es el radio de la circunferencia que describe si viaja con una rapidez de 1,2 m/s?

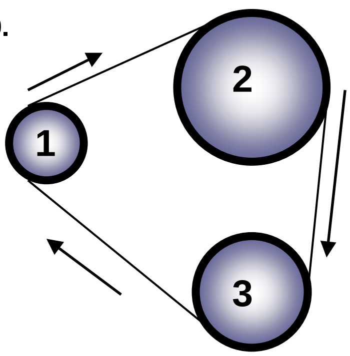
36. ¿Con qué velocidad debe moverse un cuerpo cuando describe una circunferencia de radio 8 m , y quedar sometido a una a_c de 120 m/s^2 ?

37. Si un cuerpo gira con una ω = 16 rad/s describiendo una circunferencia de 30 m de radio, ¿Cuál es su a_c ?

38. ¿Cuál es el radio de la trayectoria que recorre un cuerpo si su ω = 25 rad/s, con una a_c de 180 m/s^2 ?

39. En cierto instante, dos vehículos viajan juntos por una carretera (con la misma dirección y sentido). ¿Qué distancia separará a ambos vehículos 30 minutos más tarde?, sabiendo que las ruedas de uno de los vehículos giran a razón de 6 vueltas por segundo y tienen un radio de 40cm. en cambio las ruedas del otro vehículo giran a razón de 30 vueltas en un minuto y su radio es de 45 cm.

40.



En la figura la Polea **1** tiene un radio de 12 cms y gira con una frecuencia constante de 81 RPS, la polea **2** gira con velocidad angular constante de 358,14 rad/seg. Determine:

a) Diámetro de la polea **2**
b) Radio de la polea **3** para que su frecuencia sea de 75 RPS.